

具體來說，設  $f(k, i)$  表示  $k$  小時之後最上面  $i$  行的紅氣球總數， $g(k, i)$  表示  $k$  小時之後最下面  $i$  行的紅氣球總數（規定  $i \leq 0$  時  $f(k, i) = g(k, i) = 0$ ），則所求答案為  $f(k, b) - f(k, a-1)$ 。

如何計算  $f(k, i)$  和  $g(k, i)$  呢？以  $g(k, i)$  為例，下面分兩種情況進行討論，如圖 8-21 所示。

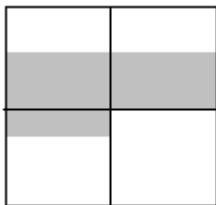


圖 8-20  $k$  小時的情況

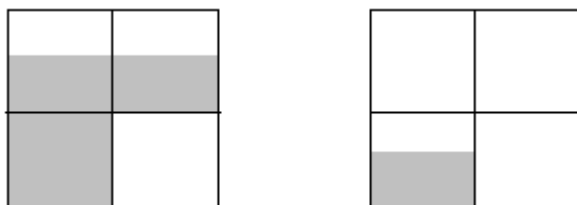


圖 8-21 計算  $g(k, i)$

如果  $i \geq 2^{k-1}$ ，則  $g(k, i) = 2g(k-1, i-2^{k-1}) + c(k-1)$ ，否則  $g(k, i) = g(k-1, i)$ 。其中， $c(k)$  表示  $k$  小時後紅氣球的總數，滿足遞推式  $c(k) = 3c(k-1)$ ，而  $c(0) = 1$ ，因此  $c(k) = 3^k$ 。

不管是哪種情況， $g(k, i)$  都可以直接轉化為  $k-1$  的情況，因此  $g(k, i)$  的計算時間為  $O(k)$ 。類似地， $f(k, i)$  的計算時間也是  $O(k)$ ，因此本題的總時間複雜度為  $O(k)$ 。

### 》例題 8-13 環形跑道 (Just Finish it up, UVa 11093)

環形跑道上有  $n$  ( $n \leq 100000$ ) 個加油站，編號為  $1 \sim n$ 。第  $i$  個加油站可以加油  $p_i$  加侖。從加油站  $i$  開到下一站需要  $q_i$  加侖汽油。你可以選擇一個加油站作為起點，初始油箱為空（但可以立即加油）。你的任務是選擇一個起點，使得可以走完一圈後回到起點。假定油箱中的油量沒有上限。如果無解，輸出 Not possible，否則輸出可以作為起點的最小加油站編號。

#### ▼ 解題與分析

考慮 1 號加油站，直接模擬判斷它是否為解。如果是，直接輸出；如果不是，說明在模擬的過程中遇到了某個加油站  $p$ ，在從它開到加油站  $p+1$  時油沒了。這樣，以  $2, 3, \dots, p$  為起點也一定不是解（想一想，為什麼）。這樣，使用簡單的列舉法便解決了問題，時間複雜度為  $O(n)$ 。

### 》例題 8-14 反及閘電路 (Gates, ACM/ICPC CERC 2001, UVa1607)

可以用反及閘 (NAND) 來設計邏輯電路。每個 NAND 門有兩個輸入端，輸出為兩個輸入