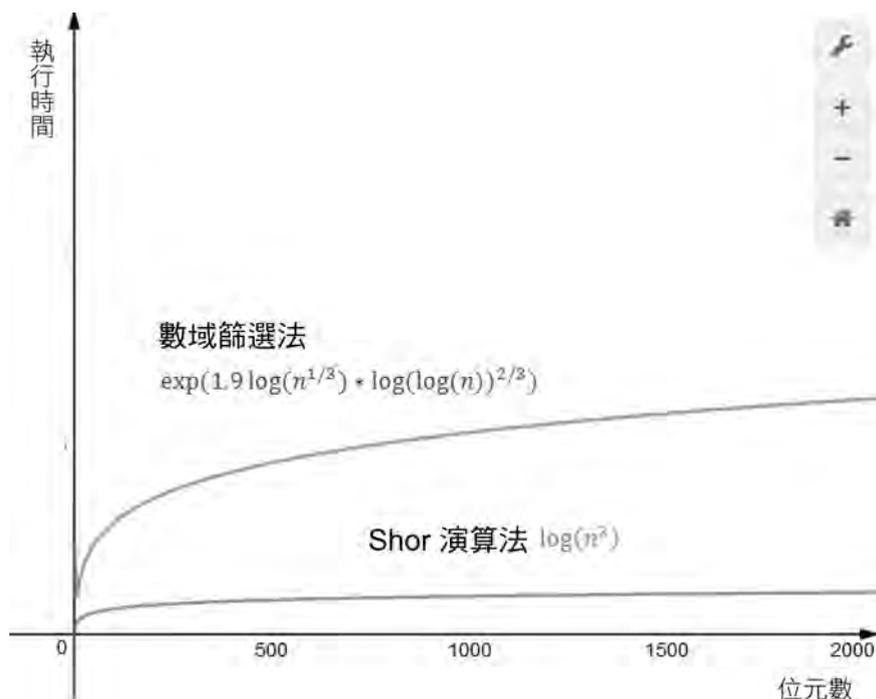


前言

本書之目的是作為雲端量子程式設計的終極指引。由於 IBM 研究單位人們的努力，雲端量子運算得以實現。IBM 不只讓這套雛型的量子裝置（被稱為 IBM Q Experience）用在研究，同時也開放給有興趣的一般大眾使用。

量子計算越來越受矚目，現在學習如何撰寫量子程式正逢其時。再過個幾年第一部商用量子電腦將會問世，而且相較於傳統電腦，其帶來的計算效能改進極為可觀。如下圖所示，兩個大數質因數分解演算法的時間複雜度：一個是最好的古典算法，數域篩選法（Number Field Sieve）；另一個是 Peter Shor 發展的量子因數分解算法。



Shor 演算法比現今密碼學之基礎的數域篩選法快上許多—如果 Shor 演算法被實現，目前的非對稱加密法就沒用了！

總之，本書是一趟瞭解之旅。如果書中解釋的觀念不好理解—你並不孤單。偉大的物理學家費曼（Richard Feynman）曾說過：如果有人告訴你他懂量子力學，那表示他其實不懂。即使是熟知這整套怪異理論的泰斗們，也花了好大的力氣，嘗試了解其背後真正的涵義。

我嘗試盡我所能地用實際的演算法、電路、程式及圖形結果來探索量子計算。書中有些演算法不但違反邏輯，還更像是巫毒魔法，而不像物理系統的計算描述。這也是我想探討這方面主題的原因。雖然量子力學的理论難懂，但是這套絕妙的理論卻又令人著迷。所以當 IBM 推出獨一無二的雲端量子計算平台，並開放給公眾使用時，我便立刻跳入學習且完成這本著作。

最後，本書反應了我對雲端量子計算的看法。希望讀者在閱讀過程中，也享受到我在寫書過程中感受到的樂趣。我有個小小建議：來學習量子程式設計吧！很快資料中心就會有量子電腦，用來執行搜尋、模擬、醫療、人工智慧等各式各樣你想像得到的工作。本書的章節大致上安排如下：

第 1 章：奇異又美妙的量子力學世界

整個故事從 1930 年代、不願被視為天才的普朗克開始。他提出一個關於光譜能量分布的新詮釋，藉著壓抑內心的違和感、先假定光子的能量並非古典物理學家所以為的連續分布；相反地，乃是由一團一團稱為量子（*quanta*）的東西所構成。這可說是上個世紀偉大科學革命—量子力學的開端。本章是後面主要章節的開胃菜，另外也探討了兩位物理巨人的衝撞—愛因斯坦及波耳。量子力學是 1930 年代的革命性理論，但當時大部分的科學界對它仍感排斥，其中也包括大科學家愛因斯坦。對於剛拿到諾貝爾獎的愛因斯坦來說，他無法接受量子力學的機率本質。這使得他與量子力學的最大擁護者波耳之間產生了裂痕，即使兩位巨人爭辯了數十年也無法消除彼此間的歧異。最終，量子力學熬過 70 年的理論與實驗挑戰，並總是贏得勝利。本章在以兩位巨人為故事主軸的脈絡下，探究相關的理論、實驗及其結果。

第 2 章：量子計算：細究真實背後的脈絡

到了 80 年代，另一個大物理學家費曼提出量子電腦的想法，也就是利用量子力學的原理更快速地解決問題，也開啟了打造量子電腦的競賽。本章探索量子電腦的基本架構：量子位元（qubit），也就是量子計算的基本組成單元。它看起來似乎不起眼，但卻擁有近乎神奇的特性：疊加（superposition）。信不信由你—量子位元可以同時為 0 及 1。在我們生活的巨觀世界中，此項觀念很難理解。但是在原子層面上，所有事情都變得不確定了—透過實驗，已經被證明超過 70 年了。重疊原理讓量子電腦只用相對少數的量子位元，便能超越傳統電腦、執行大量的運算。另一個讓人感到費解的現象是量子位元間的糾纏（entanglement）：它更像巫毒魔法，而不像物理定律。糾纏量子位元在觀察中發生的狀態轉移，其速度甚至比穿越時空的光速更快！嘗試想看看這會是什麼光景。總之，本章探索量子電腦背後的實體元件：量子閘、以及各類型的量子位元—例如超導環、離子阱、拓撲瓣等等。此外，還介紹了目前幾個主要的量子計算玩家的進展，以及其他類型的量子計算，比如量子退火。

第 3 章：IBM Q Experience—獨一無二的雲端量子計算平台

本章開始接觸 IBM Q Experience。這是第一個提供實際的量子裝置或透過模擬，並且開放給大眾使用的雲端量子計算平台。過去這類設備只在研究目的上使用，但是現在不同了。IBM 研究人員花了幾十年打造機器，又好心地開放給大家使用。

我們將學習使用視覺化的作曲家程式打造量子電路，或是利用很棒的 Python SDK 編寫程式。接著在實際裝置上執行量子電路，查看結果，跨出成為量子程式設計師的第一步。IBM 雖然最早推出雲端量子計算平台，但是競爭者仍緊跟在後。想必在不久的將來，其他 IT 巨人也會推出新的雲端平台，所以現在學習正是時候。

第 4 章：QISKit—用 Python 寫量子程式的絕佳 SDK

QISKit 是量子資訊軟體套件的縮寫，也是在雲端或本地模擬器寫量子程式的 Python SDK。本章學習如何在 PC 上設定 Python SDK，接著會談到如何利用線性代數描述量子閘，使我們對背後的原理有更深入的了解。這是進行第一個量子程式—以很簡單的程式來熟悉 Python SDK 語法前的一個暖身。最後，我們會在實際的量子裝置上執行程式。當然，量子程式也可以用視覺化的作曲家程式來打造。本章讓讀者對量子閘、以及量子程式的基本組件，建立更深入的了解。

第 5 章：啟動引擎：從量子隨機數到遙傳，以及初探超密編碼

本章探究量子系統三種出色的資訊處理能力。量子隨機數的產生乃利用量子力學的特性，作為真正隨機性的來源。我們將學習如何用簡單的邏輯閘、以及 Python SDK 來進行實作。接著還會討論兩個相關的資訊處理協定—超密編碼以及量子遙傳。它們不但名字聽起來響亮，也有近乎魔術般的特性。我們找出其中的祕訣，在作曲家程式底下設計電路，再利用 Python 進行遠端執行，最後解釋並驗證結果。

第 6 章：玩轉量子遊戲

本章利用量子電腦實作一個小遊戲—藉著使用 QISKit Python 教學資源內附的經典量子戰艦遊戲。前面先探討遊戲的機制，再對它做一些大一點的「整形」。我們會把量子戰艦放到雲端，並提供瀏覽器使用者介面，以及 Apache CGI 的介面來作事件處理，並將其配發給量子模擬器等等。讀者可以利用瀏覽器玩雲端的量子戰艦，讓親友們好好見識一番。

第 7 章：利用量子力學的遊戲理論——你的贏面總比別人高

即使以量子力學的標準來看，這件事仍稱得上怪異。本章利用兩個謎題——偽幣謎題及 Mermin-Peres 魔方，展示量子演算法相較於古典算法所擁有的強大威力。在有限次數下利用天平找出偽幣的謎題中，量子演算法相較於傳統解法，在速度上能達到四次方的改進。Mermin-Peres 魔方則是量子偽傳心術的一個例子，也就是類似遊戲中的玩家能互相讀懂對方的心思——所以這樣能夠達到的遊戲效果只有在允許玩家於遊戲中互相溝通才有可能。

第 8 章：更快速的搜尋，以及威脅非對稱密碼學基礎的 Grover 與 Shor 演算法

本章以兩個演算法作為一系列討論的終結，這些演算法使得大家對量子計算的可能性大感興奮。一個是 Grover 的非結構化量子搜尋演算法，它能在 N 的平方根個步驟內完成搜尋——比最佳傳統方法的 $N/2$ 個步驟快多了。雖然表面看起來改進程度似乎還好，但如果考慮到非常大的資料庫，傳統算法可能讓資料中心的資料庫停擺。所以一個合理的預期是：將來所有的網路搜尋都會用 Grover 演算法來執行。另一個是 Shor 的質因數分解——這個聲名狼藉的量子因數分解法，讓專家擔心會導致非對稱密碼學失效。這是展現量子計算威力的最佳範例，因其相較於最佳的傳統算法，提供了指數形式的速度改進。

線上下載

本書範例請至 <https://github.com/Apress/practical-quantum-computing> 下載。其內容僅供合法持有本書的讀者使用，未經授權不得抄襲、轉載或任意散佈。

CHAPTER 1

奇異又美妙 的量子力學世界

量子力學就像令人感到驚異卻又迷惑的寓言故事，內含科學、哲學、宗教，而且恕我直言—還有魔法的成分。它讓你的頭腦打結，有時還讓人質疑萬能造物主的存在。即使其概念深奧難懂，卻總讓人深深著迷。本章論述的一些觀念並不好懂，但是也不用為之煩惱。畢竟沒有人能完整描述背後的意義—即使是那些物理界的巨人。但是這不表示我們不能對其感到著迷。偉大的物理學家費曼說過：如果有人說他懂量子力學，那表示他不真懂量子力學。本章反映了筆者對此神奇故事的看法，以及兩位科學界巨人的爭辯如何形塑理論的過去、現在、及未來。

故事開始於 1930 年代，也是愛因斯坦因特殊相對論（植基於牛頓物理學，將太空與地球現象統整起來）揚名於世的時候。當愛因斯坦放眼太空時，科學的一門新分支卻鑽入非常微小的領域。這個分支由大物理學家，像是普朗克、拉塞福、波耳做先鋒，開啟了 20 世紀物理學泰斗間其中一項最大的爭辯。一邊是因光本質、及特殊相對論的開創性發現而甫獲諾貝爾獎的愛因斯坦；另一邊則是因對於量子力學的貢獻而在 1922 年獲諾貝爾獎、以及獲頒通常只頒給皇家的丹麥大象勳章的波耳。我們來看看兩位巨人的爭鬥如何形塑科學理論的鉅作—量子力學。

© Vladimir Silva 2018

V. Silva, *Practical Quantum Computing for Developers*, https://doi.org/10.1007/978-1-4842-4218-6_1

20 世紀的物理學黃金年代

20 世紀初，英國科學家拉塞福發現原子的一項驚人本質。他假定原子就像一個個的小型太陽系一般，由一個帶正電的小核心、及像小行星般圍繞核心旋轉的帶負電電子所組成。這是極大的洞察，因為稍早大家認為原子是一團帶正電及負電的簡單實體球。

波耳在 1920 年抵達位於劍橋的拉塞福實驗室，並愛上這個原子模型—但是還有個大問題有待解決。如果把古典牛頓物理學應用到這個模型，電子最終會掉入並與正電的原子核碰撞，成為災難性的悖論—最終沒有東西可以存在，因為電子會在幾秒內崩潰。波耳看見問題並憑藉無可阻撓的熱情，為此延遲婚期並取消蜜月，嘗試去解救拉塞福模型。波耳在一篇論文中假設電子依循不可變的固定軌道移動。雖然此假設與牛頓物理學相衝突，但卻借鑑了量子力學之父—普朗克的想法。

以普朗克與紫外災變為起點

普朗克提議熱與光乃以不可分割、稱為「能量子」的單位存在。普朗克的想法來自於解決黑體輻射實驗—過程中得到的靈感。黑體乃是一個吸收所有內部輻射(熱)的物體，並有一個空腔可讓一些輻射得以逃逸散出(參見圖 1-1)。當盒內的熱度升高，輻射的頻率會達到人眼可見光的範圍，並且發出不同顏色的光。當時的瓷器工人都知道在給定溫度下，所有物體發出的光顏色是固定的(參見表 1-1)。

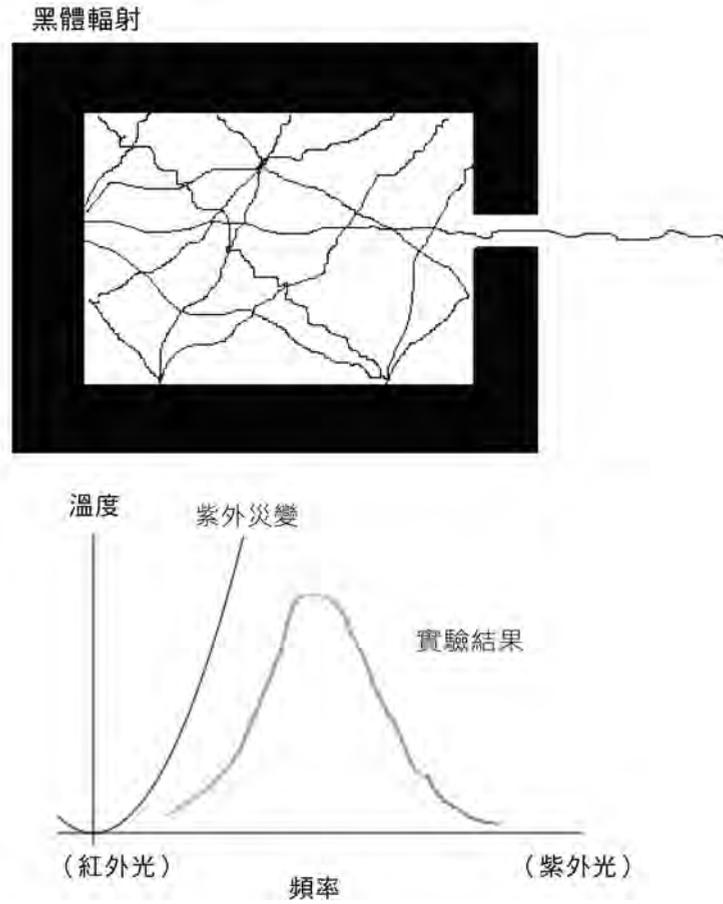


圖 1-1 黑體輻射實驗結果

表 1-1 不同溫度下的光顏色

溫度 (°C)	顏色
500	暗紅
800	櫻桃紅
900	橘色
1000	黃色
1200	白色

圖 1-1 顯示黑體輻射實驗，以及從 1890 年代的輻射實驗蒐集得到的古典輻射理論曲線之間的對照。古典物理學家的實驗預測在紫外頻譜會有無限大的強度。這就是大家認知的紫外災變，也是令人懷疑的理論論證與實驗結果的產物。如果理論正確，那就表示坐到火爐附近可說是極其危險。普朗克想找出解決紫外災變的方法。

普朗克利用也被稱為亂度的熱力學第二定律來推導公式，用以解釋黑體輻射問題的實驗結果。

$$S = k \log W$$

此為波茲曼亂度（ S ），式中 k 是波茲曼常數， W 是元素中之原子呈現特定排列的機率—無論該元素是固體、液體、或氣體。

藉由波茲曼統計法計算亂度，普朗克嘗試找出符合黑體實驗結果的公式。透過將總能量分割成與頻率成比例的能量團，他最後得出一個能量團能量（ e ）與頻率（ f ）之間的關係式：

$$e = hf$$

其中 e 是能量團能量、 h 是所謂的普朗克常數， f 則是頻率。但還有個問題。波茲曼統計法要求隨著時間過去，能量團會消逝不見—但如此會讓方程式失效。經過許多努力，普朗克只好不情願地假設能量大小必須是有限值。接著普朗克提出了非凡的洞見：如果這樣的假設正確，那就表示震盪器不可能吸收或發射任何連續範圍的能量。它只能吸收或發射不可分割的能量團 $e=hf$ ，也就是他所稱的「能量子」—這就是量子力學這個詞的由來。

波耳的量子跳躍

波耳把普朗克開創性的能量子觀念，應用到物質最小單位的原子上面。他提出一項原子與光之間的大膽想法，認為圍繞原子核的電子能藉由發射或吸收光，產生量子跳躍。所以量子跳躍乃兩個狀態之間的轉移，不過波耳還無法對其完整描述。

其他抱有懷疑態度的科學家把這個想法當成是胡說八道或只是為了掩飾無知、太大膽荒誕而不可能是真的。結果造成物理學界的裂痕——一方是圍繞波耳，相信物質的量子特性的人，另一方則是支持古典觀點的人。再過不久，愛因斯坦便會加入這場論戰中古典派的那一方。

巨人的衝撞：量子貓與測不準原理

在 1920 年代中葉之前，這套物質量子本性的新理論卻是搖搖欲墜，面臨可能早夭的命運。還需要兩個最新、開創性的理論來奠定其堅實的根基。

第一個在 1926 年左右出現：德國物理學家海森堡創造對於原子的數學描述——即今日所知的矩陣力學，來證明波耳的觀點。他提出的觀念即使對老練的物理學家都嫌太過複雜，但是他最大的貢獻是提出知名的測不準原理——我們接著會探討。第二個發明來自奧地利物理學家薛丁格，他把原子重新描繪為波而不是粒子。這個想法乃植基於法國王子德布羅意的論證。德布羅意猜測粒子也擁有波的性質，所以要了解光的本質恐怕得利用二元性才行（參見圖 1-2）。

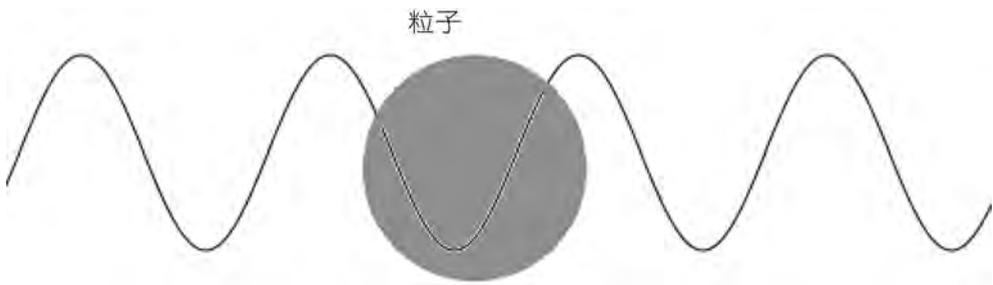


圖 1-2 光子本質的二元性，行為既像粒子又像波。

德布羅意利用愛因斯坦有名的能量公式 $E = mc^2$ 以及普朗克的能量子 $e = hf$ 來找出光的波長 (λ) 與動量 (P) 之間的關係：

$$E = mc^2 = (m c) * c$$

(mc)是光子的動量(P)、又 c (speed) = f (frequency) * λ (wavelength), 方程式變成：

$$E = (P)(f\lambda)$$

等一下！普朗克關係式又說能量 $E = (h)(f)$ ，所以利用基本的代數，德布羅意得出結論：

$$h * f = P * (f\lambda)$$

$$h = P * \lambda$$

$$\lambda = h / P$$

德布羅意證明當動量增大時，光子的波長會變短（圖 1-3）。作為類推，他主張此關係不只對光子有效，對所有粒子也都成立。而且在當時，電子的動量 $P =$ 質量 * 速度可輕易透過實驗決定，所以其波長可從德布羅意方程式計算而得。這種觀念在當時很荒謬，因為古典物理學家都知道電子是粒子—早在 1897 年便被湯姆森 (J. J. Thomson) 發現的事實。

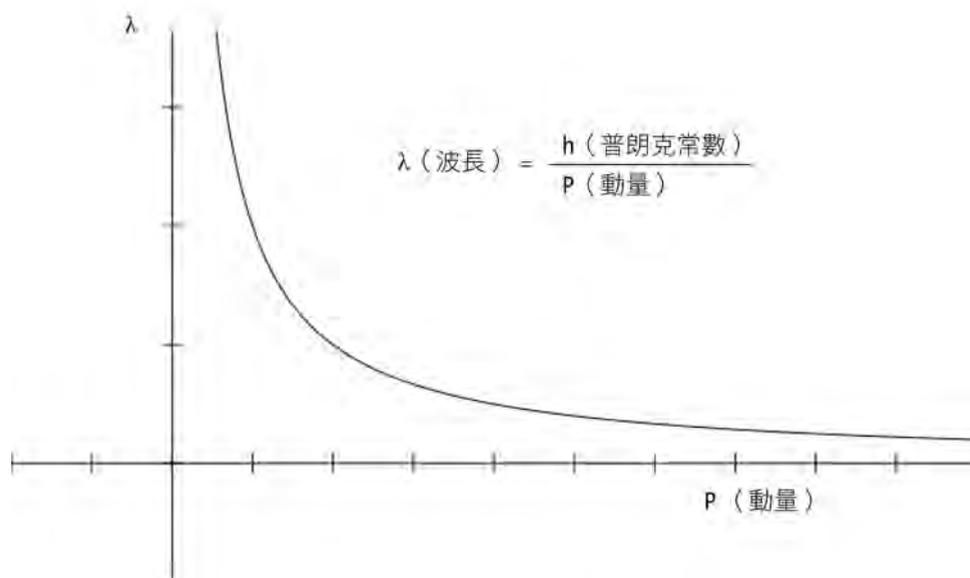


圖 1-3 光子的波長與動量的德布羅意關係式

薛丁格利用德布羅意的想法，找到在當時更能被接受的一條途徑，也標記著回歸到古典物理連續、可視化的世界。他的波函數雖然正確，但為了安撫當時的普遍想法可就錯得離譜了。

萬能的波函數

薛丁格想找出能應用於所有物理系統的波函數，且擁有能表達系統能量的數學形式，因此創造了以希臘符號 ψ 表示（參見圖 1-4，其發音為 Psi）、眾所皆知的波函數。波函數利用解方程式的傅立葉方法，將任意數學函數表示為無限個週期函數的和。這項技巧是所謂的解本徵值方法（本徵是德文中表示「確定」的意思，這個詞常在量子物理中出現）。薛丁格的波函數很快被接受為解原子結構問題的強力數學工具，也被認為是二十世紀最偉大的成就之一。

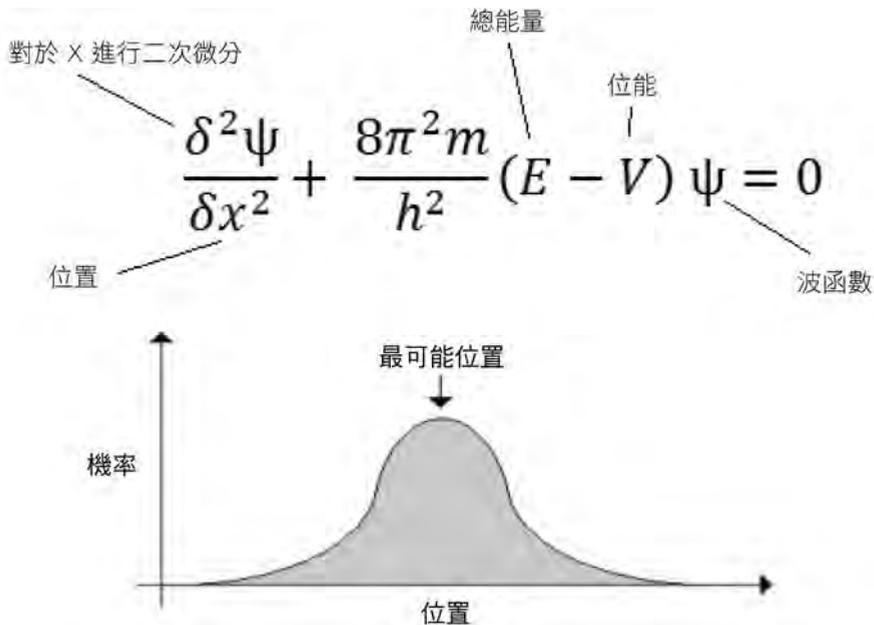


圖 1-4 薛丁格知名的波函數試圖描繪任何已知能量的物理系統

在波函數的強大威力下，波耳跟海森堡也加入薛丁格這一方——不過他們還是得先弄點不一樣的花樣。在哥本哈根一個新成立的機構中，三位巨人於 1926 年碰面討論。

薛丁格不接受波耳及海森堡關於原子結構中，存在不連續量子跳躍的觀念。他想用其新發明返回到不受突然躍遷干擾、連續過程的物理學。事實上他相當於提出一個完全利用波來詮釋的古典物質理論，即使已經到了懷疑粒子是否存在的地步。薛丁格提出粒子事實上是波的疊加組成的——但後來被勞倫茲證明為偽，也把薛丁格帶回現實——畢竟要贏過所有人是不可能的。薛丁格後來對於把波動視為所有物理現實來源的信念，也產生動搖。

波耳、海森堡、薛丁格激烈辯論直到筋疲力盡。波耳要求所有論證都不含糊，也強迫薛丁格承認其詮釋並不完整。薛丁格堅守其古典觀點，有時還抱怨波耳在原子理論與量子跳躍方面的研究（或許他當初並非有意為之）。

薛丁格討厭波耳對原子結構的解釋。最後還得有塊拼圖，才能讓這兩個巨人對堅實的量子理論達成一個共識。

ψ 的機率詮釋：波函數不是量子力學的基礎，反而是要打倒它

就像偉大的搖滾吉他手 Jimi Hendrix 聽到 *Hey Joe* 這首歌後將之翻唱，變成自己的歌曲，並創造了可能是最偉大的翻唱曲之一的成就——量子力學之父們也是如此。他們了解波函數的強大威力，並將其納為己有。這裡還有個小趣聞，就是薛丁格厭惡普朗克的不連續能量與熱量的詮釋，所以想用自己的平滑連續波函數來打敗普朗克的量子學說。雖然難以置信，但是在 1930 年代，普朗克的發現實在太具革命性，所以大部分物理學家都認為他瘋了。但就像 Hendrix 對那首歌曲的處理一樣，量子力學的奠基之父們也把波函數納為己用。

突破來自於德國物理學家波恩的想法，將波函數視為給定狀態下散布於某方向之電子的機率分布。波恩主張某個狀態的存在機率（ P ），乃由正規化波函數振幅的平方大小來決定。也就是說， $P = |\psi|^2$ 。這在當時極具開創性，因為波恩不再追尋精確的答案了—所有原子理論給的都只是機率。這種全新的想法讓波耳對原子的詮釋走向一個全新的方向（圖 1-5）。

氫基態

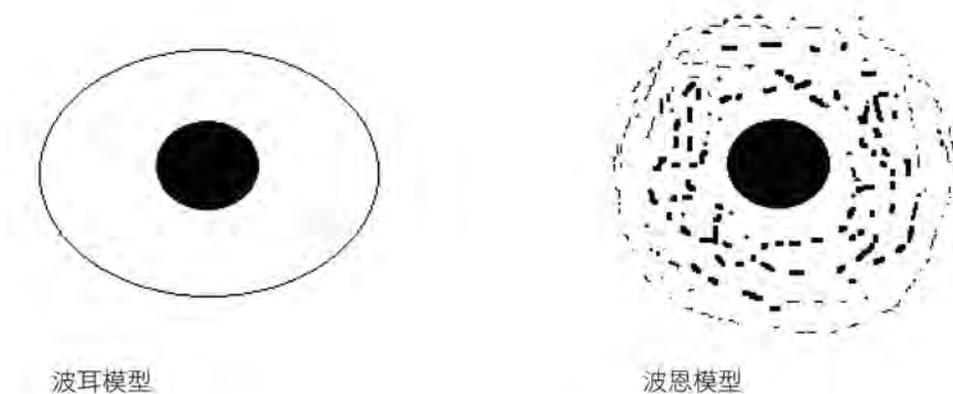


圖 1-5 波耳與波恩的機率性波函數之間的對照

量子貓企圖破壞波恩的機率宴會

當波恩提倡的波函數 ψ 機率本質之觀念得到認同，薛丁格卻認為他的波函數被誤用了，並因此衍生了很有名、讀者可能已聽聞且後來被稱為量子貓的思想實驗。在實驗中，薛丁格嘗試否決波恩的波函數機率詮釋。實驗的詳情是有隻活貓置於盒子中，裡面有可以觸發槌子打破內含毒藥之玻璃瓶的放射性物質。一旦瓶子被打破，貓就沒命了。假設放射性物質每小時衰變的機率是 50%，薛丁格指出根據波恩的詮釋，量子理論將預測一小時後，貓將處於非生非死的狀態—也就是既生又死兩種波函數的疊加。薛丁格認為這實在是荒謬，也造成了悖論。不過到了今日，這個所謂的悖論常被用來教導有關量子機率與疊加態的觀念。

這是疊加聰明的地方：一旦盒子被打開，重疊的波函數將坍塌成為代表貓是生或死的單一波函數，所以藉由觀察便可解決僵局的存在。另一個令人驚嘆的洞察力來自於海森堡—透過思考波耳原子結構中，粒子位置所存有的些許不確定性。

測不準原理

海森堡思考著波耳原子裡的粒子之位置無法確定的問題。在許多思考後，他突然清楚了解到要知道粒子位置，必須先觀察它；要觀察它，又得以光子對粒子進行照射。但是這樣卻會擾動粒子的位置，所以觀察的舉動會改變粒子的位置。海森堡將此想法稱為測不準原理。

為研究問題，海森堡利用能發射伽瑪射線的顯微鏡，構思一個假想實驗。伽瑪射線以具備高動量、且低頻的方式射向被觀察的電子。藉著波耳的協助，目標是透過預估位置與動量同時測量時所產生之不精確量，來得到一個定量描述的關係式。人們發現位置的不精確量很接近所使用的輻射波長，也就是 $\Delta X \sim \lambda$ 。

同樣地，電子動量的不精確量也接近所使用的照明光子之動量， $\Delta P \sim h/\lambda$ 。從德布羅意方程式，光子動量 $P = h$ （普朗克常數）/ λ （波長）。海森堡證明將兩個不等式相乘，乘積將總是大於或等於 h 。

$$\Delta X * \Delta P \geq \lambda * h / \lambda$$
$$\Delta X * \Delta P \geq h$$

這就是海森堡的測不準原理（HUP），也正式地宣告：同時測量位置與動量的不確定程度總是大於一個接近普朗克常數 h 的固定量。

物理學家常用一個稱為單狹縫的簡單實驗，來展示實際的測不準原理。實驗如下：雷射光射向一個垂直寬狹縫，並顯示在投影幕上。在寬狹縫情形下，我們看到的是如所猜測的螢幕上的一個寬點。如果把狹縫寬度變窄，寬點的邊也跟著變窄，一直到狹縫寬度約 1/100 英吋時，測不準原理開始介入。依照海森堡的理論，此時波束的方向開始變得不確定，所以光束的擴展範圍也變得越來越大了！聽來瘋狂—為何狹縫變窄會讓光束變寬！雖然很不符合直覺，但事物運作就是如此。

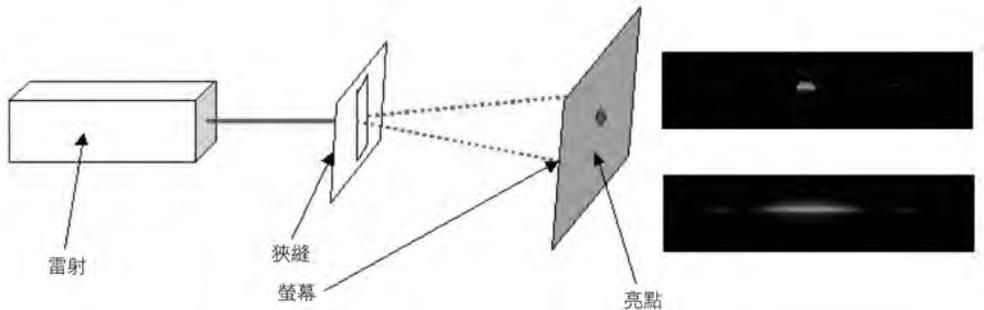


圖 1-6 用來顯示實際運作中之測不準原理的單狹縫實驗

測不準原理極其重要，因為它整合了奠定現代量子理論基礎的薛丁格及波耳之間的裂痕。也就是電子如波耳假定的是個粒子，但依照測不準原理（海森堡）我們無法知道其確切位置。最後，電子在某處出現的機率由波函數（薛丁格/波恩）決定。因此電子本性具有二元性—同時具有粒子與波的特性。藉由上述這些資訊，堅實的量子力學觀點得以呈現，也就是後來人們所知曉的哥本哈根詮釋。

干涉及雙狹縫實驗

干涉是另一個奇妙的量子力學特性，也讓人不免思索實相的背後究竟是怎麼運作的。大物理學家費曼曾就干涉表示過：量子力學的本質可以從干涉與雙狹縫實驗的探索來掌握。

眾所周知在十九世紀初，有個關於光本質為何的熱烈辯論。有些人，比如像牛頓，認為光由粒子所構成；其他人則認為光的行為像波動。所以在 1801 年，楊設計了雙狹縫實驗，想釐清事情的真相。實驗是讓一束光射向有兩個垂直狹縫的障礙物，穿透狹縫產生的光的樣式則記錄在照相底片上。當其中一個狹縫被遮住時，只有一條亮線被記錄下來，且跟打開的狹縫保持一致。常識跟直覺讓我們預期如果兩個狹縫都打開，結果應該是跟兩個狹縫一致的一條亮線。令人難以置信的是結果卻非如此，實際發生的是光穿越狹縫後，在底板上呈現許多條明暗不一的亮線（圖 1-7）。

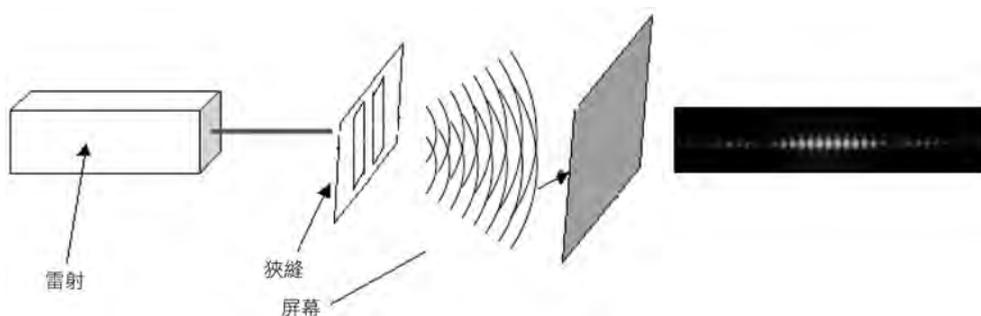


圖 1-7 楊的雙狹縫實驗

這項令人費解的結果，困擾了假定干涉乃來自於穿越狹縫的波或粒子的物理學家。如果光束慢到每次只有一個光子打到照相底板，人們可能預期只會看到兩條線（光子只從某個狹縫通過，所以只可能抵達兩條亮線的其中之一），但情況卻非如此。事實上光又不知怎地做了一件不可能的事情：每個光子不只經過兩個狹縫，而且還同時走遍了到達底板的所有可能路徑（這也是干涉的原理）。

像這種似乎不應該發生的干涉事件卻在原子尺度上出現，讓當時最聰明的一群人極度困惑。但過不了多久，新理論又得面對來自物理界巨人愛因斯坦的最大挑戰。

愛因斯坦告訴波耳：上帝不擲骰子

讀者不管是否從事科學相關的工作，可能都聽過愛因斯坦說過有名的「上帝不擲骰子」這句話。這是愛因斯坦跟波耳經過許多信件交流、討論量子力學本質時說出來的話。波耳認為時空觀念在原子層次不適用；相反地，愛因斯坦則是時空架構的堅信者，認為時空觀念可延伸到原子尺度。這是兩者意見不一致的根源所在。

愛因斯坦認為可以在不干擾原子質點的情況下測量其特性，所以跟波耳/海森堡的解釋有所抵觸。兩位巨擘在 1927 年布魯塞爾的一次大物理學家聚會中面對面，當時愛因斯坦嘗試徹底證明測不準原理並不正確。

愛因斯坦以一系列思想實驗挑戰波耳，以否定測不準原理。第一回合，愛因斯坦設想一個能精確記錄光子從邊上的一個小洞射出之時間的盒子，並同時量測其重量（圖 1-8）。

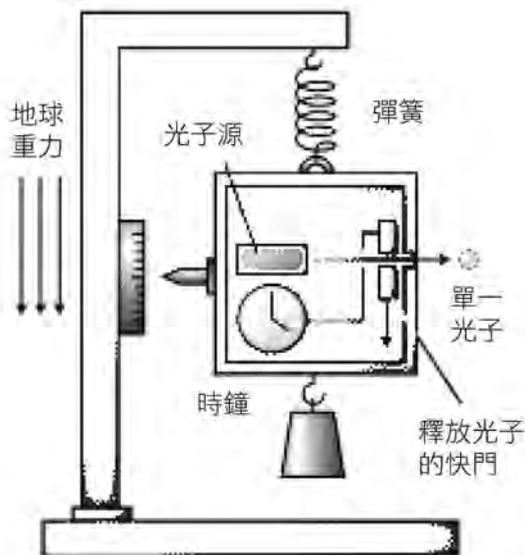


圖 1-8 愛因斯坦反駁不確定性原理的實驗盒

在圖 1-8 的思想實驗中，盒子裡的光源有個設計來測量光子發射之精確時間的時鐘。同時盒子掛在彈簧下面、底下再放個重物，旁邊還有相關的測量設備。實驗的想法很簡單：量測盒子發出光子前後的重量，並且用時鐘記錄精確的時間。至於光子的能量藉由 $E = mc^2$ 便可計算。當時看起來測不準原理有點不妙，如果實驗正確，則測不準原理將被否定且量子理論就輸了。

波耳必須立刻回應，讓愛因斯坦知道如果他的實驗是對的，那就意味著物理的終結。最後的結果是波耳佔上風，他說明愛因斯坦忘了把自己發明的理論納入考量—時鐘會受重力影響，使得測量時的時間點產生不確定性。波耳利用愛因斯坦的方程式及紅位移公式，證明不確定量的下列不等式 $\Delta E \Delta t \geq h$ 。至於位置 (Δq) 與動量 (Δp) 的不確定量則滿足：

$$\Delta p \Delta q \geq h \quad (1-1)$$

又動量的不確定量 (Δp) 滿足 $\Delta p \leq t g \Delta m$ ，所以可以得出：

$$t g \Delta m \Delta q \geq h \quad (1-2)$$

從紅移公式與時間膨脹原理得出：

$$\Delta t = c^{-2} g t \Delta q \quad (1-3)$$

$$\Delta E = c^2 \Delta m \quad (1-4)$$

將兩式相乘得到下式：

$$\Delta E \Delta t = g t \Delta m \Delta q \quad (1-5)$$

最後比較 (1-5) 跟 (1-2)，便可得出測不準原理的不等式 $\Delta E \Delta t \geq h$ 。由此結果第一回合由波耳取勝，但還沒完。愛因斯坦相信有個物理真實的完整圖像，測不準原理對他卻是個障礙。他會再次帶來更大的挑戰。

波耳告訴愛因斯坦：不用跟上帝講該做什麼

愛因斯坦無可動搖地相信上帝不擲骰子，也就是堅定地相信真實乃獨立於個人而存在。當愛因斯坦寫信給波耳表示上帝不擲骰子，波耳則回覆不該告訴上帝怎麼做才對。所以在嘗試了解原子核穩定的機制中，兩人的第二次論戰又揭開序幕。在此論戰發生的 1930 年代中葉之前，廣義相對論及量子論已被廣泛接受為物理世界運作的準則。第二回合聚焦在量子理論最具矛盾性的面向—原子粒子即使在很遠的距離下仍保持彼此的連結性。

糾纏及 EPR 悖論：鬼魅似的遠距作用

一開始光被視為波，但愛因斯坦證明它也有粒子的性質，所以也被稱為光子。原子也一樣，既有波也有粒子性質，只差在是測量哪方面的性質。而且完整的圖像都得包含這兩種情況，這是波耳稱之為互補性的要求。

所以怎麼在這兩種矛盾下去理解物質？波耳認為原子存在於人的感知範圍之外，但是愛因斯坦不接受這樣的看法，認為時空是一切物理現實的基礎，也想將此觀念延伸到原子領域。另一方面波耳認為時空並無意義，且真實是不可知的—我們只能看到現象而已。

此時愛因斯坦發動第二輪，也是對波耳的最後挑戰。在一份與同僚 Podolsky 及 Rosen 合寫的論文上，愛因斯坦提出問題：量子力學能完整解釋物理真實嗎？他提出一個思想實驗：兩個粒子有相同性質，且從同一來源發射出去而分離開來。所以藉由測量第一個粒子應可得到有關第二個粒子的資訊，但卻沒有干擾到第二個粒子。實驗的目的是要顯示：波耳認為粒子行為與測量裝置有關的想法，是極其荒謬的。依照量子力學，測量第一個粒子的行為將穿越時空影響另一個粒子。

如果假設兩個粒子相隔很遠（例如在宇宙的兩端），便會造成悖論，違背了科學基本原理因果論—也就是所有現實事件都有因果果，而且事件傳遞的速度不能超越光速—宇宙的終極速度限制。愛因斯坦將此稱為定域因果律，或簡稱為定域性原理。後來人們將此悖論稱為 EPR 悖論。

波耳一知道有這份論文，立刻把其他工作擱置，因為得先回應他們的挑戰。雖然一開始感到勉強，最後波耳不得不宣稱兩個粒子應該被視為一個糾纏的單一系統，也就是不管相距多遠，時空在此並無意義。因此，原子世界的真實圖像是不可知的。

愛因斯坦將相距長距離的糾纏粒子之效應稱為「鬼魅似的遠距作用」。兩位巨人間的想法差異並未解決，直到 1965 年物理學家貝爾做出的突破才讓事情確定下來。

貝爾不等式：糾纏現象的試驗

貝爾提出一組不等式，來檢驗是否有局域隱藏變數的實驗。貝爾不等式理論的正式表述是：含有局域隱藏變數的物理理論，並無法完整重現量子力學的預測¹。它可以用下列數學式來表示：

$$C_h(a,c) - C_h(b,a) - C_h(b,c) \leq 1, \text{ 其中}$$

$$C_h(a,b) = E(A(a,\lambda), B(b,\lambda)) = \int_{\Delta} A(a,\lambda)B(b,\lambda)p(\lambda)d\lambda$$

有個利用簡單的統計平均，來理解這個重要定理的簡易方法。考慮三個不同角度的光子極化（即光在特定平面的振盪）A=0、B=120、C=240 度（圖 1-9）。

¹ 貝爾，量子力學中的可言與不可言。劍橋大學出版社，1987，p.65。

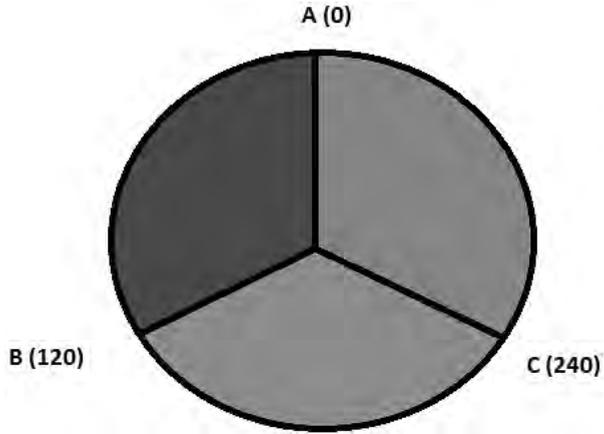


圖 1-9 三個不同角度的光極化

根據貝爾定理，如果物理真實與觀察無關，那麼光子同時有確定的三個極化值存在，且對應於表 1-2 的 8 種可能性之一。

表 1-2 光子極化三種角度的排列表

計數	A(0)	B(120)	C(240)	[AB]	[BC]	[AC]	總和	平均
1	A+	B+	C+	1(++)	1(++)	1(++)	3	1
2	A+	B+	C-	1(++)	0	0	1	1/3
3	A+	B-	C+	0	0	1(++)	1	1/3
4	A+	B-	C-	0	1(--)	0	1	1/3
5	A-	B+	C+	0	1(++)	0	1	1/3
6	A-	B+	C-	0	0	1(--)	1	1/3
7	A-	B-	C+	1(--)	0	0	1	1/3
8	A-	B-	C-	1(--)	1(--)	1(--)	3	1

現在來問個簡單的問題：如果量測任意角度的光極化，則在該角度的任一近鄰之極化方向會與該角度相同（同為正或負）的機率有多高？表 1-2 也同時計算極化的和以及平均值，鄰近的極化則表示在 AB、BC、AC 這幾行。A、B、C 行的+、- 號表示該角度的極化為正或負。注意依照行的數目，總共有 8 組可能的排列情況。如果近鄰的極化方向相同（正負號相同），則標記 1 及其符號在 AB、BC、AC 行。這樣才能對排列表的每一列計算和及平均值。

如果有個極化如愛因斯坦所言，不受測量所影響（局域因果律），那麼該極化出現的機率一定會 $\geq 1/3$ 。另一方面如果波耳才是對的，也就是真實乃依觀察而定，那麼極化的機率會 $< 1/3$ 。這才是貝爾不等式的核心—貝爾不選邊站，也不斷言誰對誰錯，他只提供從實驗找到真相的方法。事實上到了 1982 年，法國物理學家 Alain Aspect 設計了一項實驗，決定性地證明了波耳才是對的。

EPR 悖論落敗：笑到最後的人是波耳

Aspect 的實驗用雷射光束照射鈣源，產生一對移動方向相反的光子。光子再經過一道偏光鏡，只有極化相同的光子才能穿透。兩邊都放有測量裝置，記錄光子的穿透情形。最後測量裝置接到一個計數器，記錄許多次交互作用的結果（圖 1-10）。

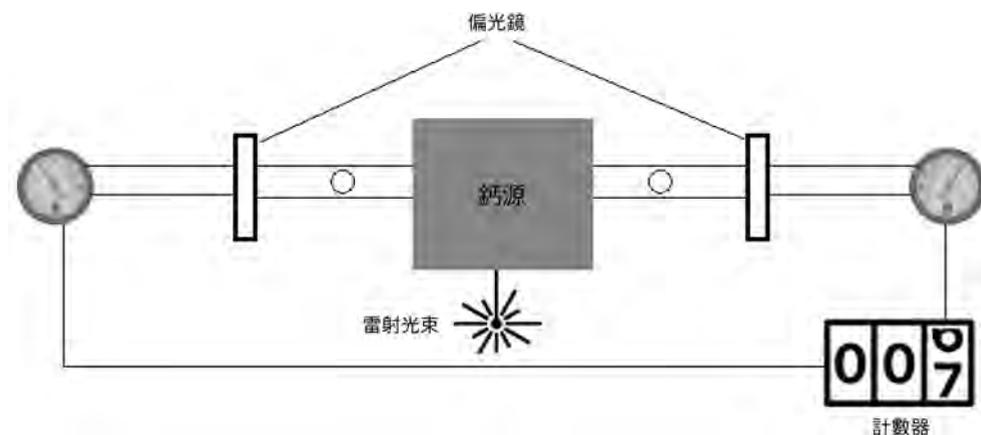


圖 1-10 Aspect 檢驗貝爾不等式的實驗—第一階段

如果兩個濾光鏡調成同一個方向，Aspect 觀察到光子對之間有相關性——不是同時通過就是同時被阻擋。這種相關性與愛因斯坦的觀點一致：也就是光子在發射時已有確定的極化特性，而非量子力學預測的在測量時才確定了這些特性。

另一方面如果濾光鏡的偏振設定不同，那麼應該有個最小比例的光子可能穿透或被濾光鏡阻擋。此處便是貝爾不等式登場的時候了（參照前一節表 1-2）：

- 如果穿透或被阻擋光子的比例大於或等於期望的最小值，則貝爾不等式成立且光子的極化特性在光子對發射時就已經確定（如此則勝利歸於愛因斯坦，且量子力學落敗）。
- 如果比例小於期望的最小值，則貝爾不等式不成立，且量子力學是正確的。也就是極化特性在測量時才確定下來——波耳贏了，量子力學得救了。

Aspect 在不同的極化設定下，進行許多光子對的測量。結果令人驚訝：測量結果違背了貝爾不等式，所以極化特性不是在光子發射時便事先確定——量子力學才是對的。光子對在測量時選擇了相同的極化，所以光子間是否有某種未知的信號傳遞，讓兩者在測量時選擇一個共同值？

愛因斯坦的相對論認為宇宙沒有信號能比速度極限——光來得更快，所以他把此種明顯呈現同時性的信號稱為鬼魅似的遠距作用。Aspect 想在第二階段實驗測試這項遠距作用是否可能成立。

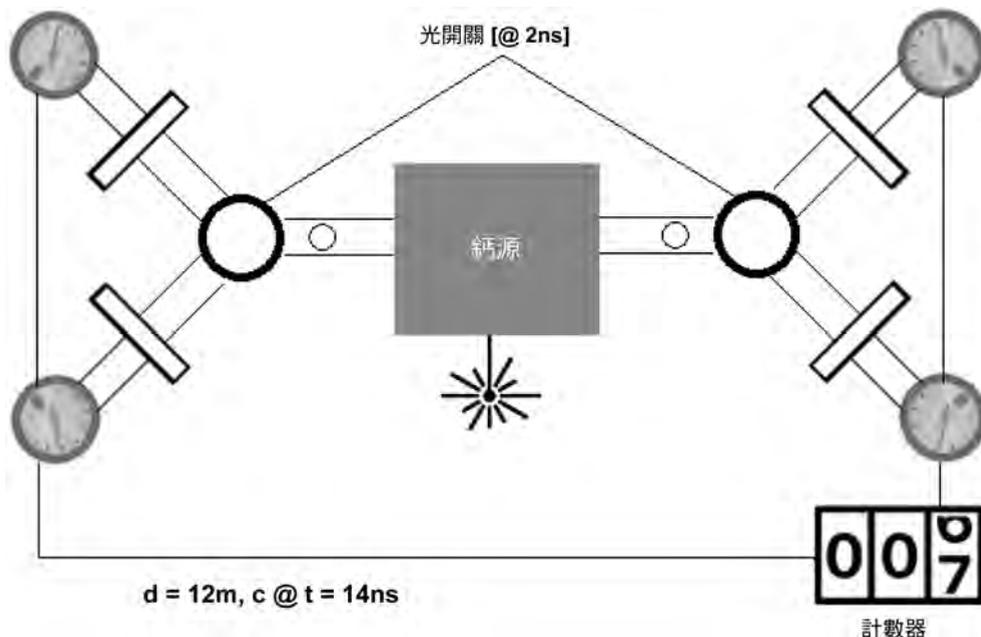


圖 1-11 測試鬼魅似的遠距作用的 Aspect 實驗

在此第二階段的實驗中，Aspect 使用兩個光開關，讓光子有兩條不同偏光鏡及測量儀器的路徑（圖 1-11）。跟以往一樣，所有測量儀器再接至計數器，記錄所有結果。

- 光開關以極快的速度（2 奈秒），將光子導向兩條路徑之一。
- 實驗配置的兩端相距 12 米長，所以光（時速 3×10^8 米/秒）需要費時 40 奈秒方能從一端到另一端。

如果依照相對論所描述，光子間的通信需費時超過 40 奈秒才能告訴對方應選擇哪種極化或偏振值。因為光開關切換速度更快（2 奈秒），光子間的相關性應無法維持，也就是光子無法在測量時選擇同樣的極化特性（即鬼魅似的遠距作用不存在）。另一方面，如果相關性仍存在，則事情就極為怪異了，因為這表示某種快於光速的信號在光子對之間傳遞。

令人難以置信地，相關性仍存在，也就是完美地與量子力學的看法一致。所以也決定性地證明了光子對之極化乃在測量時同時、且以快過於光速的方式由兩個光子選定。此事背後的涵義令人驚異，因為光子間的距離有可能無限大（位於宇宙兩端），或更令人毛骨悚然的是一橫跨時間，從現在到過去或是相反都有可能！

令人迷惑的真實性：萬物互相連結？

Aspect 實驗證明了量子相關性的存在，並且如果要解釋而不只是接受這種現象，我們必須承認有些行動可快過光速。如果這讓有些人難以接受，那麼還有更詭異的事。在一個英國廣播公司的電視訪談中，物理學家貝爾說：對此我們毫無辦法。我們無法以快過光速的速度傳送訊息或資訊，這也是量子力學的預測。但似乎大自然在對我們開玩笑—超越常理的事情在背後發生，而且我們還無法拿來使用。

最終波耳與愛因斯坦兩位巨人在過世之前，並未解決彼此的差異，但他們的風範仍在。檢視他們令人著迷的一生，不免讓人想問：如果波耳知道 Aspect 的實驗，證明他一直都是對的，那麼他會有什麼感覺？他會因為勝過愛因斯坦而高興嗎？還是這是兩個自我中心的天才想證明誰比較行的爭鬥？讀者的看法呢？我傾向於相信這是為了科學的進步而不得不為的辯論。總而言之，這場兩位巨人的對壘，最後的贏家還是全體人類吧！